

绝密★启用前

试卷类型：A

2016年3月湖北省七市（州）教科研协作体高三联合考试

理科数学

本试题卷共6页，24题（含选考题）。全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。用2B铅笔将答题卡上试卷类型A后的方框涂黑。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

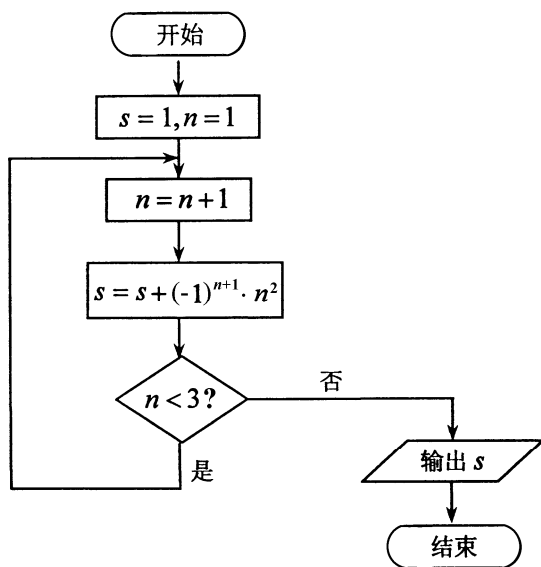
第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

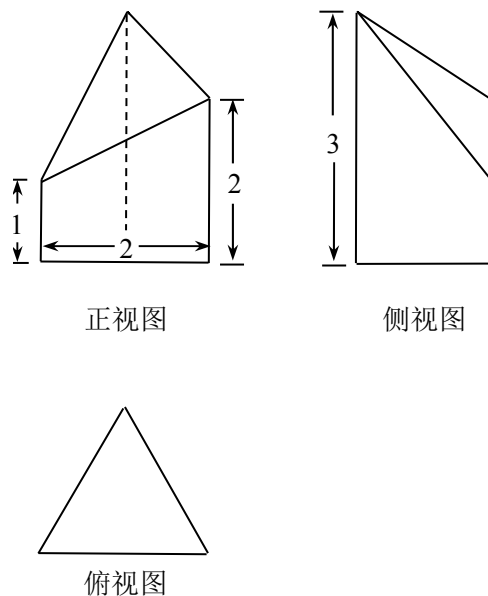
- (1) i^{505} 的虚部为
(A) $-i$ (B) i (C) -1 (D) 1
- (2) 命题“ $\forall x \in [-2, +\infty)$, $x+3 \geq 1$ ”的否定为
(A) $\exists x_0 \in [-2, +\infty)$, $x_0+3 < 1$ (B) $\exists x_0 \in [-2, +\infty)$, $x_0+3 \geq 1$
(C) $\forall x \in [-2, +\infty)$, $x+3 < 1$ (D) $\forall x \in (-\infty, -2)$, $x+3 \geq 1$
- (3) 二项式 $(9x - \frac{1}{3\sqrt{x}})^9$ 的展开式中 x 的系数等于
(A) 84 (B) 24 (C) 6 (D) -24
- (4) 《九章算术》商功章有题：一圆柱形谷仓，高1丈3尺 $3\frac{1}{3}$ 寸，容纳米2000斛（1丈=10尺，1尺=10寸，斛为容积单位，1斛 ≈ 1.62 立方尺， $\pi \approx 3$ ），则圆柱底圆周长约为
(A) 1丈3尺 (B) 5丈4尺 (C) 9丈2尺 (D) 48丈6尺

(5) 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的结果 $s =$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



第 5 题图



第 10 题图

(6) 已知函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ($x \in \mathbf{R}$)，先将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变)，再将得到的图象上所有点向右平行移动 θ ($\theta > 0$) 个单位长度，得到的图象关于直线 $x = \frac{3\pi}{4}$ 对称，则 θ 的最小值为

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{5\pi}{12}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$
- (7) 已知直线 $ax + by - 6 = 0$ ($a > 0, b > 0$) 被圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$ ，则 ab 的最大值是

- (A) 9 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 4 (D) $\frac{5}{2}$
- (8) T 为常数，定义 $f_T(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq T, \\ T, & f(x) < T. \end{cases}$ 若 $f(x) = x - \ln x$ ，则 $f_3[f_2(e)]$ 的值为
- (A) $e - 1$ (B) e (C) 3 (D) $e + 1$

(9) 设 M, N 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上任意两点，点 E 的坐标为 $(-\lambda, 0)$ ($\lambda \geq 0$)。若 $\overline{EM} \cdot \overline{EN}$ 的最小值为 0，则 $\lambda =$

- (A) $2p$ (B) p (C) $\frac{p}{2}$ (D) 0
- (10) 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是正三角形，则该几何体的体积为
- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

(11) 已知集合 $P = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}_+, k \leq 50\}$, $Q = \{2, 3, 5\}$, 则集合 $T = \{xy | x \in P, y \in Q\}$ 中元素的个数为

- (A) 147 (B) 140 (C) 130 (D) 117

(12) 设向量 $\mathbf{a} = (1, k)$, $\mathbf{b} = (x, y)$, 记 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 θ . 若对所有满足不等式 $|x - 2| \leq y \leq 1$ 的 x, y , 都有 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则实数 k 的取值范围是

- (A) $(-1, +\infty)$ (B) $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$
 (C) $(1, +\infty)$ (D) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22 题~第 24 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

(13) 观察下列等式

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1);$$

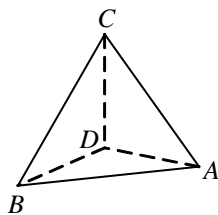
$$1 + 3 + 6 + \cdots + \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2);$$

$$1 + 4 + 10 + \cdots + \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) = \frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3);$$

可以推测, $1 + 5 + 15 + \cdots + \frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3) = \underline{\hspace{4cm}}.$

(14) 函数 $f(x) = 3^{-x} + x^2 - 4$ 的零点个数是_____.

(15) 如图, 为了估测某塔的高度, 在同一水平面的 A, B 两点处进行测量. 在点 A 处测得塔顶 C 在西偏北 20° 的方向上, 仰角为 60° ; 在点 B 处测得塔顶 C 在东偏北 40° 的方向上, 仰角为 30° . 若 A, B 两点相距 130m, 则塔的高度 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ m.



第 15 题图

(16) 平面区域 $A_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 4, x, y \in \mathbf{R}\}$, $A_2 = \{(x, y) | |x| + |y| \leq 3, x, y \in \mathbf{R}\}$. 在 A_2 内随机取一点, 则该点不在 A_1 的概率为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

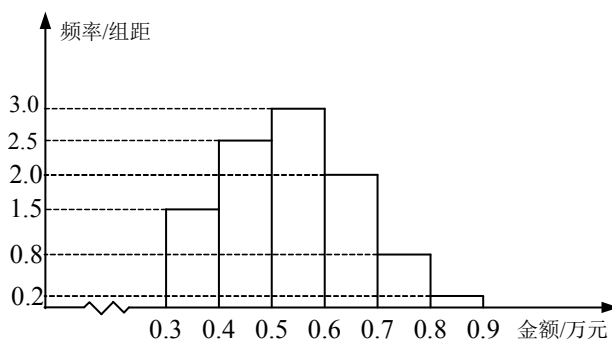
已知等差数列 $\{a_n\}$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = b_1 = 1$, $a_2 = b_2$, $2a_3 - b_3 = 1$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $c_n = a_n b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(18) (本小题满分 12 分)

某电子商务公司随机抽取 1 000 名网络购物者进行调查. 这 1 000 名购物者 2015 年网上购物金额 (单位: 万元) 均在区间 $[0.3, 0.9]$ 内, 样本分组为: $[0.3, 0.4)$, $[0.4, 0.5)$, $[0.5, 0.6)$, $[0.6, 0.7)$, $[0.7, 0.8)$, $[0.8, 0.9]$. 购物金额的频率分布直方图如下:



第 18 题图

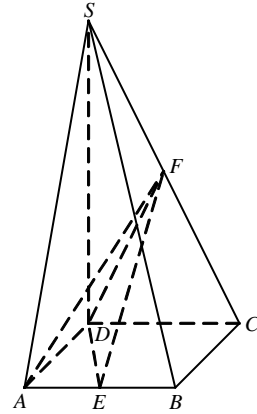
电商决定给抽取的购物者发放优惠券, 购物金额在 $[0.3, 0.6)$ 内的购物者发放 100 元的优惠券, 购物金额在 $[0.6, 0.9]$ 内的购物者发放 200 元的优惠券. 现采用分层抽样的方式从获得 100 元和 200 元优惠券的两类购物者中共抽取 10 人, 再从这 10 人中随机抽取 3 人进行回访, 求此 3 人获得优惠券总金额 X (单位: 元) 的分布列和均值.

(19) (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $SD \perp$ 面 $ABCD$, 点 E, F 分别是 AB, SC 的中点.

(I) 求证: $EF \parallel$ 平面 SAD ;

(II) 设 $SD = 2DA$, 求二面角 $A-EF-D$ 的余弦值.



第 19 题图

(20) (本小题满分 12 分)

已知圆心为 H 的圆 $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 和定点 $A(1, 0)$, B 是圆上任意一点, 线段 AB 的中垂线 l 和直线 BH 相交于点 M , 当点 B 在圆上运动时, 点 M 的轨迹记为曲线 C .

(I) 求 C 的方程;

(II) 过点 A 作两条相互垂直的直线分别与曲线 C 相交于 P, Q 和 E, F , 求 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{QF}$ 的取值范围.

(21) (本小题满分 12 分)

(I) 求函数 $f(x) = 8 \cos x - 6 \cos 2x + \cos 4x$ 在 $[0, \frac{\pi}{3})$ 上的最小值;

(II) 设 $x \in (0, \frac{\pi}{3})$, 证明: $\frac{4}{3} \sin x - \frac{1}{6} \sin 2x < x < \frac{8}{3} \sin x - \sin 2x + \frac{1}{12} \sin 4x$;

(III) 设 n 为偶数, 且 $n \geq 6$. 单位圆内接正 n 边形面积记为 S_n .

(1) 证明: $\frac{4}{3} S_{2n} - \frac{1}{3} S_n < \pi < \frac{8}{3} S_{2n} - 2S_n + \frac{1}{3} S_{\frac{n}{2}}$;

(2) 已知 $1.732 < \sqrt{3} < 1.733$, $3.105 < S_{24} < 3.106$, 证明: $3.14 < \pi < 3.15$.

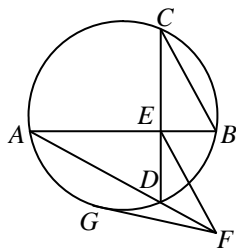
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时请写清题号。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, E 是圆内两弦 AB 和 CD 的交点, F 为 AD 延长线上一点, FG 切圆于 G , 且 $FE = FG$.

(I) 证明: $FE \parallel BC$;

(II) 若 $AB \perp CD$, $\angle DEF = 30^\circ$, 求 $\frac{AF}{FG}$.



第 22 题图

(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin \alpha + \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin 2\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以

坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为

$\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}a \cos(\theta - \frac{3\pi}{4})$ ($a > 0$).

(I) 求直线 l 与曲线 C_1 的交点的极坐标 (ρ, θ) ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$);

(II) 若直线 l 与 C_2 相切, 求 a 的值.

(24) (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |x - a|$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $a = 1$, 解不等式 $f(x) \geq \frac{1}{2}(x + 1)$;

(II) 记函数 $g(x) = f(x) - |x - 2|$ 的值域为 A , 若 $A \subseteq [-1, 3]$, 求 a 的取值范围.